

# МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Горно-Алтайский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

## Теория чисел рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	<b>кафедра математики, физики и информатики</b>		
Учебный план	44.03.05_2023_673.plx 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) Математика и Физика		
Квалификация	<b>бакалавр</b>		
Форма обучения	<b>очная</b>		
Общая трудоемкость	<b>2 ЗЕТ</b>		
Часов по учебному плану	72	Виды контроля в семестрах:	
в том числе:		зачеты с оценкой 3	
аудиторные занятия	36		
самостоятельная работа	26,1		
часов на контроль	8,85		

### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	3 (2.1)		Итого	
	Неделя		УП	РП
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	18	18	18	18
Практические	18	18	18	18
Консультации (для студента)	0,9	0,9	0,9	0,9
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,15	0,15
Итого ауд.	36	36	36	36
Контактная работа	37,05	37,05	37,05	37,05
Сам. работа	26,1	26,1	26,1	26,1
Часы на контроль	8,85	8,85	8,85	8,85
Итого	72	72	72	72

Программу составил(и):

кандидат физико-математических наук, доцент, Кайгородов Евгений Владимирович



Рабочая программа дисциплины

**Теория чисел**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (приказ Минобрнауки России от 22.02.2018 г. № 125)

составлена на основании учебного плана:

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
утвержденного учёным советом вуза от 26.12.2022 протокол № 12.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

**кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от 09.03.2023 протокол № 8

И. о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна



---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2024 г. № \_\_\_\_  
И. о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2025 г. № \_\_\_\_  
И. о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2026 г. № \_\_\_\_  
И. о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2027 г. № \_\_\_\_  
И. о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	<i>Цели:</i> Формирование у будущих учителей представления о теории чисел и ее месте в школьном курсе математики и системе математических знаний; знакомство студентов с основными понятиями и спецификой теории чисел, возможностями использования элементов данной дисциплины в процессе изучения школьного курса математики и на факультативных занятиях; обеспечение фундаментальной математической подготовки как основы будущей профессиональной деятельности.
1.2	<i>Задачи:</i> Дать представление о месте и роли теории чисел в школьном курсе математики и системе разделов математики; освоить методики вычисления значений теоретико-числовых функций, действия с систематическими числами, возможности применения конечных цепных дробей в прикладных задачах; раскрыть принципы решения сравнений по произвольному модулю; развить у студентов навыки работы с учебной, научной и научно-методической литературой по современной теории чисел.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.О.23
2.1	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Алгебра
2.1.2	Математический анализ
2.2	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Методика обучения математике
2.2.2	Научные основы школьного курса математики
2.2.3	Методика решения задач ЕГЭ по математике и их критериальное оценивание

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
<b>ОПК-8: Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний</b>	
<b>ИД-2.ОПК-8: Обладает базовыми предметными знаниями и умениями для осуществления педагогической деятельности</b>	
знает основные понятия теории делимости, теории сравнений, теории цепных дробей, формулировки и доказательства основных теорем теории чисел; умеет решать основные типы теоретико-числовых задач (делимость целых чисел, числовые функции, простые числа, сравнения, арифметические приложения теории сравнений), применять полученные знания при решении практических задач профессиональной деятельности; владеет навыками решения теоретико-числовых задач и теоретическими основами осуществления педагогической деятельности по математике в школе	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	<b>Раздел 1. Числовые функции, систематические числа и цепные дроби</b>						
1.1	Числовые функции /Лек/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.2	Простые и составные числа /Лек/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.3	Систематические числа /Лек/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.4	Цепные дроби и приближения иррациональных чисел рациональными /Лек/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
1.5	Числовые функции. Распределение простых чисел /Пр/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	тест, коллоквиум,

1.6	Систематические числа и действия над ними /Пр/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	тест, коллоквиум,
1.7	Цепные дроби и рациональные числа. Подходящие дроби и их свойства /Пр/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	тест, коллоквиум,
1.8	Квадратичные иррациональности и бесконечные цепные дроби /Пр/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	тест, коллоквиум,
1.9	Свойства простых и составных чисел. Решение линейных уравнений. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы /Ср/	3	9	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	доклад/сообщение
1.10	Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел /Ср/	3	8,1	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	доклад/сообщение
	<b>Раздел 2. Числовые сравнения, сравнения с неизвестной величиной и степенные вычеты</b>						
2.1	Числовые сравнения и классы вычетов по данному модулю. Функция Эйлера /Лек/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
2.2	Теоремы Эйлера и Ферма. Арифметические приложения теории сравнений /Лек/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
2.3	Сравнения первой степени с одной переменной и системы из них /Лек/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
2.4	Сравнения высших степеней по простому модулю /Лек/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
2.5	Показатели и индексы /Лек/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
2.6	Числовые сравнения. Кольцо классов вычетов по составному модулю и поле по простому модулю /Пр/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	тест, коллоквиум, контрольная
2.7	Функция Эйлера и ее свойства. Теоремы Эйлера и Ферма /Пр/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	тест, коллоквиум,
2.8	Сравнения с неизвестной величиной. Сравнения первой степени. Диофантовы уравнения, методы их решения /Пр/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	тест, коллоквиум, контрольная работа, вопросы
2.9	Системы сравнений, методы их решения. Сравнения высших степеней. Квадратичные вычеты и невычеты /Пр/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	тест, коллоквиум, контрольная
2.10	Показатели и их свойства. Первообразные корни по простому модулю, алгоритм нахождения первообразных корней. Индексы. Решение сравнений с помощью индексов /Пр/	3	2	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	тест, коллоквиум, контрольная работа, вопросы к зачету с оценкой
2.11	Алгебраические и трансцендентные числа /Ср/	3	9	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	доклад/сообщение
	<b>Раздел 3. Промежуточная аттестация (зачёт)</b>						
3.1	Подготовка к зачёту /ЗачётСОц/	3	8,85	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
3.2	Контактная работа /КСРАТТ/	3	0,15	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
	<b>Раздел 4. Консультации</b>						
4.1	Консультация по дисциплине /Конс/	3	0,9	ИД-2.ОПК-8	Л1.1 Л1.2Л2.1	0	

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных

<p>достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Теория чисел».</p> <p>2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме коллоквиума, тестовых заданий, контрольных работ, тем для сообщений, докладов и вопросов к зачету с оценкой.</p>
<b>5.2. Оценочные средства для текущего контроля</b>
Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.
<b>5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)</b>
<p>Темы докладов и сообщений</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Свойства простых и составных чисел.</li> <li>2. Решение линейных уравнений в целых числах.</li> <li>3. Теорема Чебышева об оценках количества простых чисел до заданной границы.</li> <li>4. Дзета-функция Римана.</li> <li>5. Асимптотический закон распределения простых чисел.</li> <li>6. Диофантовы уравнения и их связь с гипотезой Эйлера.</li> <li>7. Характеры. L-функции Дирихле.</li> <li>8. Количество простых чисел в арифметических прогрессиях.</li> <li>9. Поле алгебраических чисел.</li> <li>10. Существование трансцендентных чисел. Теорема Дирихле.</li> <li>11. Диофантовы приближения и трансцендентные числа.</li> <li>12. Трансцендентность чисел «е» и «пи».</li> </ol> <p>Критерии оценки:</p> <p>«Отлично», повышенный уровень: системность, обстоятельность и глубина излагаемого материала; знакомство с научной и научно-популярной литературой, рекомендованной к докладу преподавателем; письменная форма доклада (от руки); способность воспроизвести основные тезисы доклада без помощи конспекта; способность быстро и развернуто отвечать на вопросы преподавателя и аудитории; способность докладчика привлечь внимание аудитории.</p> <p>«Хорошо», пороговый уровень: развернутость и глубина излагаемого в докладе материала; знакомство с основной научной литературой к докладу; письменная форма доклада; при выступлении частое обращение к тексту доклада; некоторые затруднения при ответе на вопросы (неспособность ответить на ряд вопросов из аудитории).</p> <p>«Удовлетворительно», пороговый уровень: правильность основных положений доклада; наличие недостатка информации в докладе по целому ряду проблем; использование для подготовки доклада исключительно учебной литературы; неспособность ответить на несложные вопросы из аудитории и преподавателя; неумение воспроизвести основные положения доклада без письменного конспекта.</p> <p>«Неудовлетворительно», уровень не сформирован: подготовка доклада в печатном виде с привлечением неизвестного информационного источника; поверхностный, неупорядоченный, бессистемный характер информации в докладе; при чтении доклада постоянное использование текста; выступление сбивчивое, с долгими паузами, монотонное; полное отсутствие внимания к докладу аудитории.</p>
<b>5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации</b>
<p>Вопросы к зачету с оценкой</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Важнейшие числовые функции.</li> <li>2. Распределение простых чисел в натуральном ряду. Неравенство Чебышева.</li> <li>3. Позиционные и непозиционные системы счисления. Систематическая запись натурального числа.</li> <li>4. Переход от одной системы счисления к другой. Два способа.</li> <li>5. Цепные дроби. Подходящие дроби, их свойства.</li> <li>6. Вывод рекуррентных формул расчета числителя и знаменателя подходящих дробей.</li> <li>7. Вывод соотношения, связывающего числителя и знаменателя двух соседних подходящих дробей.</li> <li>8. Вывод неравенства, определяющего степень точности приближения иррационального числа подходящими дробями.</li> <li>9. Числовые сравнения, их свойства.</li> <li>10. Кольцо классов вычетов по данному модулю.</li> <li>11. Полная и приведенная система вычетов, их свойства.</li> <li>12. Функция Эйлера, её свойства, формула для вычисления.</li> <li>13. Теорема Эйлера и Ферма, их применение к решению задач.</li> <li>14. Сравнения с переменной величиной, теоремы о равносильности сравнений.</li> <li>15. Сравнения первой степени с одной переменной. Случай, когда <math>a</math> и <math>m</math> взаимно просты.</li> <li>16. Сравнения первой степени с одной переменной. Случай, когда <math>\text{НОД}(a, m)=d</math> и <math>b</math> делится на <math>d</math>.</li> <li>17. Сравнения первой степени с одной переменной. Случай, когда <math>\text{НОД}(a, m)=d</math> и <math>b</math> не делится на <math>d</math>.</li> <li>18. Диофантовы уравнения. Методы их решения.</li> <li>19. Системы сравнений первой степени с одной переменной.</li> <li>20. Сравнения высших степеней по простому модулю. Методы их решения.</li> <li>21. Сравнение второй степени по простому модулю. Теорема о числе квадратных вычетов и невычетов.</li> <li>22. Критерий Эйлера о квадратных вычетах.</li> <li>23. Степенные вычеты. Порядок класса вычетов. Свойства показателей.</li> <li>24. Теорема о числе классов вычетов, принадлежащих данному показателю.</li> </ol>

25. Первообразные корни. Теорема о числе первообразных корней по простому модулю. Алгоритм их вычисления.  
 26. Индексы, их свойства.  
 27. Применение индексов к решению сравнений.

Критерии итоговой оценки по дисциплине (зачет с оценкой)

«Отлично», повышенный уровень: теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей программой дисциплины учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному;

«Хорошо», пороговый уровень: теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные рабочей программой дисциплины учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками;

«Удовлетворительно», пороговый уровень: теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей программой дисциплины учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки;

«Неудовлетворительно», уровень не сформирован: теоретическое содержание дисциплины не освоено. Необходимые практические навыки работы не сформированы, все предусмотренные рабочей программой дисциплины учебные задания выполнены с грубыми ошибками. Дополнительная самостоятельная работа над материалом дисциплины не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий.

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Кайгородов Е.В.	Теория чисел: учебное пособие для вузов	Горно-Алтайск: БИЦ ГАГУ, 2018	<a href="http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_aobook&amp;view=book&amp;id=2232:teoriachisel2018&amp;catid=5:mathematics&amp;Itemid=163">http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_aobook&amp;view=book&amp;id=2232:teoriachisel2018&amp;catid=5:mathematics&amp;Itemid=163</a>
Л1.2	Держинский Р. И., Юрченков И. А.	Теория групп и теория чисел: учебное пособие	Москва: РТУ МИРЭА, 2022	<a href="https://e.lanbook.com/book/311018">https://e.lanbook.com/book/311018</a>

#### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Сикорская Г.А.	Алгебра и теория чисел: учебное пособие	Оренбург: Оренбургский государственный университет, ЭБС АСВ, 2017	<a href="http://www.iprbookshop.ru/78763.html">http://www.iprbookshop.ru/78763.html</a>

### 6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.2	MS Office
6.3.1.3	MS WINDOWS
6.3.1.4	Яндекс.Браузер
6.3.1.5	Moodle
6.3.1.6	NVDA
6.3.1.7	Adobe Reader

### 6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks
6.3.2.3	Электронно-библиотечная система «Издательство Лань»
6.3.2.4	Межвузовская электронная библиотека

## 7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

	метод проектов
--	----------------

	проблемная лекция	
	кластер	
	лекция с запланированными ошибками	

#### 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
222 Б1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Переносной проектор, ноутбук, экран
209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет
207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя
211 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), компьютеры с доступом к Интернет

#### 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

##### 1. КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН

Календарный план вывешивается в лекционной аудитории и содержит информацию о распределении занятий по неделям, числе учебных часов, формах и времени контроля и пр.

В связи с праздниками и по другим причинам часть практических (лабораторных) занятий может исключаться или объединяться. Все возможные изменения укажет преподаватель в ходе занятий.

##### 2. ВЫПОЛНЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ (ЛАБОРАТОРНЫХ) ЗАНЯТИЙ

Осмысленное решение задач невозможно без знания важнейших понятий, формул, законов и пр. данной темы. Поэтому перед каждым практическим (лабораторным) занятием студенты должны переписать в классную тетрадь или на отдельные листы список таких понятий и формул с расшифровкой каждого понятия, формулировками всех теорем, смыслом каждого значка: не просто переписать слова "логарифмическое дифференцирование", а дать определение логарифмического дифференцирования; не просто написать "закон распределения дискретной случайной величины", а дать его формулировку и привести примеры; нужны не слова "плотность распределения", а график этой плотности распределения.

Большинство формул и понятий каждого списка будут важнейшими и в масштабах всего курса, т.е. должны быть заучены; при подготовке к практическому (лабораторному) занятию, однако, такой цели-максимум можно не ставить, ограничившись свободной ориентировкой в собственных записях. Преподаватель в начале занятия проверяет наличие и качество раскрытия содержания списка у каждого студента, причём НА ВСЕХ ЗАНЯТИЯХ без исключения, начиная с первого. Это и понятно: отсутствие списка или формальная его переписка — гарантия неэффективной работы студента на занятии. Одновременно проверяется решение домашних задач, которые должны быть распределены по занятиям и аккуратно пронумерованы с ПОЛНОЙ ЗАПИСЬЮ УСЛОВИЙ каждой задачи в отдельную тетрадь для домашних работ.



Жалеть время на переписку условий не следует: это не только делает студента независимым от задачников, которых в нужный момент — на контрольной, зачёте — не окажется под рукой, но и помогает в решении задач, заставляя заметить какую-нибудь важную “мелочь” типа отсутствия начальных или краевых условий. Если при всем старании решить домашние задачи не удалось, **ДОЛЖЕН БЫТЬ ПРЕДЪЯВЛЕН ЧЕРНОВИК РЕШЕНИЙ**. Не имеющие без уважительной причины списка понятий и не приступавшие к решению домашних задач получают неудовлетворительную оценку и должны будут явиться на вызывную консультацию в часы ИРС. Разумеется, она открыта и для всех желающих.

Такие консультации проводятся регулярно с указанием времени в календарном плане. О веской причине предстоящей неявки студент-задолжник обязан заранее предупредить преподавателя; не оговоренная заранее неявка задолжника на вызывную консультацию влечёт **ОБЯЗАТЕЛЬНОЕ ДОБАВОЧНОЕ ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ** — задачи, проработку конспекта и пр. Ясно, что при повторяющихся неявках на вызывные консультации студент ставит себя в очень сложное положение.

Если занятие было по **ЛЮБЫМ** причинам пропущено, следует, переписав у товарищей классные задачи и **РАЗОБРАВШИСЬ В НИХ**, подготовить список понятий, решить домашние задачи и явиться на ближайшую консультацию, где преподаватель проверит качество работы. Если причина пропуска уважительна, список надо лишь показать, а вот если нет — сдать, предварительно заучив.

**ВНИМАНИЕ!** Пропуск (по любой причине!) большого числа занятий, а тем более неявка на вызывные консультации означает, что преподавателю придётся затратить на работу с Вами значительное время: просмотреть по каждой теме переписанные классные задачи, проверить или принять списки понятий, проверить решение домашних и дополнительных задач. Если это происходит в середине семестра, то всё может окончиться благополучно — тут уж дело за Вашей добросовестностью и способностями. Но к концу семестра не поможет и добросовестность просто потому, что Вам не хватит времени: в первую очередь на консультациях, зачёте и пр. преподаватель будет работать со студентами без задолженности или с меньшей задолженностью. Как только закончились занятия, преподаватель **НЕ ОБЯЗАН** с Вами работать; с ним надо договариваться о каждой встрече, что зависит не только от Вашей готовности, но и его желания, мнения о Вас, занятости и пр. **ИЗ-ЗА ПРОПУСКА БОЛЬШОГО ЧИСЛА ПРАКТИЧЕСКИХ (ЛАБОРАТОРНЫХ) ЗАНЯТИЙ ТАКЖЕ НЕСКОЛЬКО СТУДЕНТОВ ЕЖЕГОДНО ОТЧИСЛЯЮТСЯ ИЗ УНИВЕРСИТЕТА.**

Замечу, что при проведении контрольных работ эффективно можно использовать только **СВОИ** списки понятий, классные и домашние тетради с задачами. Задачи контрольных подбираются однотипными с решавшимися дома и в аудитории, так что некачественной проработкой своих записей или их неполнотой нерадивый накажет сам себя.

**ВНИМАНИЕ!** Из многолетнего опыта успешного решения учебных задач мною извлечены лишь 3 универсальных истины для тех, кто также хотел бы научиться решать учебные задачи.

а) **ЗНАЙ ТЕОРИЮ И, ГЛАВНОЕ, ФОРМУЛЫ** (или хотя бы знай, где эти формулы найти). Если в задаче идёт речь о касательной и нормали к кривой, а ты не знаешь, что это такое и не помнишь геометрический смысл производной — дело безнадежно, т.к. ты даже не знаешь, где и что искать. Но если и знаешь, нужна оптимальная стратегия решения. Поэтому

б) **РЕШАЙ С КОНЦА**. Это значит: внимательно прочитай условия, сделав их полную математическую запись (не упуская ни одной «мелочи» типа пределов интегрирования, дифференциалов, правильных обозначений для всех величин, записи числовых значений в одной системе и пр.), определи, что надо найти — и с учетом условий задачи **ПОДБЕРИ ФОРМУЛУ, КУДА ВХОДИТ ИСКОМАЯ ВЕЛИЧИНА**. Правильно поставленный вопрос — половина решения. В простейших задачах нужна всего одна формула, в более сложных — ряд взаимосвязанных. Выбор этих формул — дело творческое, требующее не только знаний, но и опыта. Поэтому

в) **РЕШИ МНОГО ЗАДАЧ**. Если ты в своей жизни решил всего 2 математические задачи, то 3-ю скорее всего не решишь; если 2002, то 2003-ю скорее всего решишь. Лучше решать самому — хорошо запоминается, способствует самоуважению и усвоению теоретического материала; но годится решение преподавателя, товарища, из книжки — лишь бы решение запомнилось. При решении олимпиадных задач очень часто нужно знать какой-то специальный прием, сразу видеть, на какую теорему или закон данная задача.

К сожалению, эти истины непригодны при решении задач научных (не говоря уже о житейских): здесь чаще всего неизвестно не только как решать, но и что искать, каковы исходные данные, полны ли они, недостаточны или избыточны...

По итогам занятий на зачет (экзамен) выносятся 2 оценки: за умение решать задачи (по итогам контрольных и решению домашних задач) и за добросовестность (своевременность и качество работы со списками, пропуски занятий и т.д.).

**ВНИМАНИЕ!** Практические (лабораторные) занятия зачтены, если: а) есть полные списки понятий по всем темам, б) решены все домашние задачи, в) восстановлены все пропущенные занятия и сданы задолженности, г) зачтены все контрольные работы и индивидуальные задания.

### 3. ИЗУЧЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Практические умения и навыки могут быть получены только на прочной базе знаний, приобретенных при изучении теоретического материала. Но в основе знаний обязательно лежит процесс **ЗАПОМИНАНИЯ, ЗАУЧИВАНИЯ**.

Действительно, любая область человеческих знаний — математика, физика, педагогика, медицина — опирается на

определённый набор понятий ("производная — это...", "педагогика — это...", "электрический ток — это..."), фактов и явлений ("Волга впадает в Каспийское море", "одноименные заряды отталкиваются", "первым признаком заболевания дизентерией является..."), законов, теорем и закономерностей ("заряд в замкнутой системе сохраняется", "квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов", "приём аспирина способствует снижению температуры больного"), использует собственные графические и символичные средства (чертежи, карты, формулы, схемы); и всё это надо заучить, запомнить, узнать желающему изучить данную науку. Не надо путать зубрёжку и заучивание: в первом случае смысл запоминаемого неизвестен, как в детской считалке "Энебенераба...", так что заучивание теоремы Пифагора не будет зубрёжкой, если осмыслены и заучены понятия "прямоугольный треугольник", "катет", "гипотенуза", "квадрат", "сумма". Вопрос о понимании, осмысливании материала достаточно сложен, чтобы на нём здесь останавливаться; важно, что проработка, осмысливание, понимание нового опирается на уже заученное, усвоенное знание. Не изучавшему английский язык фраза "Ай спик рашн" так же непонятна, как не изучавшему математику — "модуль смешанного произведения трех векторов численно равен значению объема параллелепипеда, построенного на этих векторах". Очень часто студент заявляет, что он со школы НЕ ПОНИМАЕТ математику, а на деле оказывается, что он её НЕ ЗНАЕТ; не помнит (или помнит примерно), что такое аргумент, функция, предел; не заучил, какими буквами обозначаются эти величины и как эти буквы пишутся и читаются. И если в данный момент студент НЕ ПОМНИТ, что такое первообразная или дифференциал, то причём здесь понимание? МАТЕМАТИКУ НАДО УЧИТЬ НАИЗУСТЬ, как иностранный язык: по десять понятий, формул, обозначений каждый день, по несколько раз, пока не запомнишь — и через год-два РЕГУЛЯРНЫХ ЗАНЯТИЙ заговоришь. УЧЕБА ПО НАСТОЯЩЕМУ — ЭТО ТЯЖЁЛЫЙ ТРУД, и ничего не добьются те, кто мечтает "понимать" математику без ежедневного труда по её ИЗУЧЕНИЮ. Корень учения горек, но плоды его (пока хотя бы в виде заслуженной пятерки на экзамене) сладки.

"Но это сколько же надо заучивать, у нас не одна Ваша дисциплина!" — скажут иные студенты. Доля истины здесь есть, поэтому в университете и существуют преподаватели: они в соответствии с программами отбирают материал и организуют изучение, выделяя важнейшее, помогая и контролируя. Опытный преподаватель знает, что ВАЖНЕЙШИХ понятий, формул, явлений, законов, опытов, схем, графиков, констант за семестр сообщается студентам сотни две-три, и заучить их по силам даже тому, кто ничего не помнит (невероятный случай!) со школы — было бы желание. Рецепт прост: запиши это важнейшее несколько раз (моторная память самая прочная — кто научился ездить на велосипеде, ездит всю жизнь); проговори вслух и послушай товарища (используй слуховую память), подчеркни красной пастой, обведи рамочкой и внимательно рассмотри (зрительная память самая ёмкая — говорят же, что лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать). Для облегчения студенческого труда всё важнейшее, что требует заучивания наизусть, выделяется преподавателем в ходе чтения лекции в рамку.

Однако будущему специалисту мало знать предмет, надо ещё уметь его излагать, объяснять другим, ибо среди людей живем, зачастую — менее опытных. В общем-то это искусство, которым овладевают всю жизнь, сплав знаний и ОПЫТА человека (недаром со временем специалисту начинают платить больше). Но в основе лежит, на мой взгляд, приобретаемое при изучении и в ходе работы умение видеть и излагать свой предмет как СИСТЕМУ знаний, а не набор отдельных заученных фактов. Для этого надо ПОМНИТЬ не только сами факты, но и связи между ними, их последовательность во времени, степень важности и сложности для восприятия, использование в дальнейшем курсе, необходимость свободного владения, силу эмоционального воздействия и т.д. и т.п. Время на изложение материала, как и время ответа школьника или студента, всегда ограничено; значит, надо помнить и распределение времени с учётом возможных вопросов, да ещё и уметь на ходу перестраиваться в случае каких-то непредвиденных обстоятельств (погас свет; не получилась демонстрация, на которую опиралось изложение нового материала, и пр.). Каждый из нас помнит со времен школы молодых учителей или практикантов, которые непонятно объясняют, постоянно заглядывая в тетрадку, а то и читая по ней; которые тихо и невнятно говорят и мелко пишут на доске; у которых постоянно не хватает времени и урок заканчивается фразой "Остальное посмотрите дома сами по учебнику". Всё это еще придётся испытать на себе почти каждому студенту в ходе практики; а пока ни слова не говорилось об умении владеть собой в присутствии на уроке проверяющего, видеть по реакции аудитории степень заинтересованности и понимания, не говорилось об искусстве интересно преподнести самый "сухой" материал и о проблеме проблем — умении поддержать дисциплину на уроке. УМЕНИЕ — ЭТО ЗНАНИЕ В ДЕЙСТВИИ. Значит, если хочешь уметь излагать материал, нужно постоянно пробовать это делать, использовать любую возможность: для самого себя, вслух или на бумаге; для товарищей на вечере, собрании, в комнате общежития, перед занятием; для преподавателя на практических (лабораторных) занятиях, в ходе теоретического собеседования, на коллоквиуме или экзамене. Можно продолжить аналогию с изучением иностранного языка: мало запомнить, как пишутся, читаются и произносятся слова; нужно ещё знать правила этого языка и обязательно в нём практиковаться, используя любую возможность. Лишь тогда будут понятны вопросы преподавателя и в ответ не выговорятся исковерканные фразы "Метод Гаусса — это когда...", "Матрица — это совокупность данных" или "Применяем подстановку Чебышева".

Кстати, аналогия с иностранным языком имеет и прямой смысл: в математике множество понятий обозначается словами иностранных языков, в основном латинского и греческого. Детерминант, система, дивергенция, ротор, вектор, матрица, интеграл, сумма и др. — нам их приходится заучивать, а итальянцу или англичанину они знакомы с детства как слова родного языка. То же с обозначениями: все без исключения математические величины имеют меру, эталон для сравнения, единицу измерения (в этом заслуга многих поколений математиков; а может ли медицина ИЗМЕРИТЬ тяжесть болезни, педагогика — степень мастерства учителя, а психология — силу эмоций?), требуя какой-то буквы для описания количества каждой такой величины. Эти буквы заимствованы в основном из латыни — языка международного общения учёных в пору становления математики как науки. Математикам ещё ничего, а какково медикам или биологам — заучивать названия всех болезней, костей, мышц, лекарств, растений, насекомых на латыни? Вот где зубрёжка!

Итак, важным компонентом профессионализма специалиста (а тем более, родителя или учителя) является, кроме отличного владения фактическим материалом, умение отобрать данные для конкретного разговора, беседы, расположить всё в нужной

последовательности, выделить важнейшее, распределить время и пр. Всё это необходимо сделать до разговора и, в идеале, запомнить, что начнётся она с опроса Вани и Саши, затем Ваня решает домашнюю задачу, и на пятнадцатой минуте объяснение темы "Геометрические приложения определенного интеграла" надо начать не с повторения определения такого интеграла, а с просьбы представить себе жизнь без расчетов площадей, работы, сил, технических потребностей. На практике так не получается — слишком многое надо запоминать, поэтому все педагоги пишут ПЛАНЫ ЗАНЯТИЙ, где отобранный материал расположен в должной последовательности и примерно распределён по времени, где выделены формулы и понятия для записи обучаемыми, где сделаны какие-то важные для учителя пометки. Студентам на практике и начинающим учителям ЗАПРЕЩЕНО вести уроки, не имея предварительно составленных планов, т.к. их наличие — всё же гарантия, хотя и неполная, подготовки к занятию. План не только организует самого учителя, разгружает его память, позволяет накапливать материал и через год не начинать подготовку к занятию с нуля, но и служит мощной психологической поддержкой в ходе изложения новой темы; если что-то забыл, напутал, не сходится ответ в задаче — можно заглянуть в план. Правда, для начинающих здесь кроется опасность чрезмерной привязанности к плану, боязнь оторваться от него; а самые неумелые или ленивые просто-напросто ЧИТАЮТ записи вслух (речь не идет, конечно, о какой-то нужной цитате или отрывке произведения). Кроме того, подготовка качественного плана — отбор и запись материала, запоминание всего важного, прорешивание задач, подготовка эксперимента — требует поначалу большого времени, так что первые два-три года работы очень трудны, даже если забыть проблемы неумения поддержать дисциплину, вести классное руководство, говорить с родителями, быть точным и обязательным, проблемы вхождения в коллектив, бытовые, семейные и пр. и пр. Ведь планы-то нужны к каждому уроку! Ясно, что умению составлять такие планы также надо тщательно учить в университете.

Поэтому в предложенном курсе изучение теоретического материала строится на базе ПЛАНОВ ОТВЕТОВ (ДАЙДЖЕСТОВ), куда в сжатом виде входит материал лекций в нужной последовательности, причем важнейшие понятия, формулы, теоремы и пр., которые следует заучить наизусть, лишь упоминаются, а вот весь вспомогательный материал (математические выкладки, схемы, рисунки) приводится более подробно. Дайджесты собираются студентом самостоятельно после разъяснений преподавателя в начале курса. От студента требуется ПОДГОТОВИТЬСЯ К ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ПРИ ОТВЕТЕ; переписать план ответа на отдельный листок желательно (включается память!), но не обязательно. Подготовка означает не только заучивание всего, что надо заучить, но и готовность развернуть дайджест в виде подробного и полного ответа, раскрыть математические связи в промежуточных выкладках, указать смысл каждого значка, буквы, рисунка, верно назвать все буквы и т.д. План ответа — не догма, а руководство к действию. Да, следование плану навязывает студенту определённую логику ответа, за которой стоят искусство и опыт специалиста (читай — учителя или родителя). Но можно подготовить свой план, следовать своей логике или логике учебника — лишь бы план включал весь материал дайджеста. Дайджест — узаконенная подсказка, где материал целой лекции занимает полстраницы, так что свободное владение дайджестом — уже хороший признак. Дайджест ограничивает и требования преподавателя: за рамки плана ответа его вопросы выходить не должны.

Часть материала нужно изучить самостоятельно, что предполагает подготовку своего плана ответа. ВНИМАНИЕ! Это должен быть ПЛАН, А НЕ ТЕКСТ ответа, который просто зачитывается. Чтение заготовленного дома текста совершенно недопустимо! Такая форма работы с учебником возможна при первой проработке материала для себя, но изложение его оценивающему ответ преподавателю требует гораздо более плотной свёртки информации в памяти.

Составление и проработка планов ответа не только готовят студента к будущей профессиональной деятельности, но и разгружают его память за счёт вспомогательного материала, промежуточных математических выкладок и пр., концентрируя внимание на основном. Дайджесты определяют тот объём ответа, которого ожидает преподаватель, причём он вправе требовать глубокого усвоения всего материала дайджеста (в том числе и вывода формул, т.к. запоминать вывод не надо). Разумеется, студент может использовать любой дополнительный к дайджесту материал.

Ясно, что неполный или некачественно проработанный план ответа гарантирует снижение оценки. Это следует из тех простых соображений, что каждый дайджест включает материал примерно одной лекции, т.е. на подготовку и проработку его надо затратить 2-3 часа — труд немалый и непростой, требующий использования всех видов памяти, изучения конспекта лекций и учебников, дополнительной литературы. И если этих часов интенсивной работы не было, дайджест принесёт мало пользы. Качество подготовки, т.е. умение свободно и правильно говорить на МАТЕМАТИЧЕСКОМ ЯЗЫКЕ, будет проверяться в ходе теоретического собеседования в кабинете, на коллоквиумах и на зачете (экзамене).

Фактический материал для части дайджестов не удастся найти в учебниках по той простой причине, что он туда ещё не успел попасть. Это также одна из проблем преподавания, особенно острая из-за быстрого развития современной науки: часть знаний постоянно приходится обновлять и пополнять. Представителям математики и естественных дисциплин — физикам, химикам, биологам — в сравнении с преподавателями общественных и гуманитарных дисциплин приходится работать гораздо меньше, т.к. основная часть их теоретического багажа не устареет никогда: пока существует наша Вселенная, в ней будут верны теорема Лагранжа, законы Ньютона, периодическая система Менделеева, уравнения Максвелла и законы наследственности. Помочь в обновлении знаний призваны научно-популярные журналы «Квант», «Наука и жизнь», «Техника — молодёжи», «Знание — сила», «В мире науки» и другие, оперативно публикующие информацию о новейших достижениях науки и техники. К сожалению, практика показывает, что многие наши студенты и не подозревают о существовании таких журналов, не говоря уже о регулярном их чтении. Они ещё не знают, что достаточно преподавателю несколько раз не ответить на вопросы любознательных учеников о кривизне пространства, возможности деления на ноль, логических парадоксах и софизмах или возможности путешествия во времени с помощью туннелей в пространстве — и с мечтой об авторитете придётся надолго, если не навсегда, проститься.

Итак, при изучении теоретического материала действуй так.

а) Серьёзно настройся на ЗАУЧИВАНИЕ важнейшего материала, выделенного преподавателем на лекциях. Используй все виды памяти, не забывая главного: повторение — мать учения, а регулярную работу (по 10 понятий и формул КАЖДЫЙ день) не заменит никакой штурм перед экзаменом.

б) Учись говорить на ПРАВИЛЬНОМ математическом языке. Заучи, какими буквами обозначаются величины в курсе, как эти буквы пишутся и читаются. Правильно произноси фамилии ученых. Не забывай единицы всех величин, значения ряда констант.

в) Учись ГРАМОТНО излагать материал. Основное оружие человека — слово. А много ли приходится школьнику говорить на уроках? По подсчетам В. Ф. Шаталова — в лучшем случае 2 минуты в день. И вот этот «молчаливый» школьник поступает в университет. Здесь возможностей может быть еще меньше — лекции, практические и лабораторные занятия могут быть организованы так (хотя это, на мой взгляд, неверно), что за семестр студент вообще ни разу не побеседует с преподавателем. А как такой человек будет работать в школе или вузе, да и вообще среди людей, себе подобных? Поэтому постоянно читай литературу и конспекты лекций (много читающие люди не помнят правил родного языка, но правильно говорят и пишут); внимательно слушай речь преподавателей, стараясь не пропустить ни единого занятия; слушай ответы товарищей и запоминай их ошибки — но самое главное, используй любую возможность потренироваться в изложении материала на ИРС, консультации, практическом (лабораторном) занятии, в лаборатории, на коллоквиуме, для соседа по общежитию, перед зеркалом и т.д и т.п.

г) Работай РЕГУЛЯРНО. Перед новой лекцией просмотрите материал предыдущей; сразу выясни все непонятное на консультации, в учебнике или у товарищей. Не оставляй подготовку планов ответа и проработку самостоятельного материала, особенно по научно-популярной литературе, на потом: одного дня перед зачетом (экзаменом) всегда не хватает, а проработка таких тем требует длительных поисков в библиотеках многих научно-популярных журналов.

#### 4. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Высшая школа отличается от средней не только специализацией подготовки, но главным образом методикой учебной работы, степенью самостоятельности студентов. Преподаватель лишь определенным образом организует познавательную деятельность студентов, само же познание осуществляет САМ СТУДЕНТ.

Самостоятельная работа прежде всего завершает задачи всех других видов учебной работы. **ВНИМАНИЕ! НИКАКИЕ ЗНАНИЯ, НЕ СТАВШИЕ ОБЪЕКТОМ СОБСТВЕННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, НЕ МОГУТ СЧИТАТЬСЯ ПОДЛИННЫМ ДОСТОЯНИЕМ ЧЕЛОВЕКА.** Помимо практической важности самостоятельная работа имеет большое воспитательное значение: она формирует самостоятельность не только как совокупность определенных умений и навыков, но и как черту характера, играющую существенную роль в структуре личности современного специалиста высшей квалификации.

Однако же, самостоятельная работа часто игнорируется студентами в течение семестра, что совершенно недопустимо. Появляется соблазн сначала "погулять", а потом "поднажать".

**ВНИМАНИЕ!** Эта ситуация является стандартной ловушкой, из-за которой ежегодно несколько человек отчисляются из университета! Дело в том, что объём работы по математическим дисциплинам велик, а число занятий ограничено (см. календарный план), причем по окончании курса ПРЕПОДАВАТЕЛЬ НЕ ОБЯЗАН С ВАМИ РАБОТАТЬ (см. выше). А не сданы домашние, контрольные и индивидуальные работы — учебный план не выполнен, и о сдаче зачета (экзамена) и речи быть не может! Поэтому действуй так:

1. За **НЕСКОЛЬКО** дней до лекции или практического (лабораторного) занятия (не в последний день, т.к. это гарантирует неготовность!) в часы самоподготовки, необходимо прочитать предыдущую лекцию, **РАЗОБРАВШИСЬ** с основными понятиями, теоремами и логической структурой лекции (а не механически, зубря формулировки!).
2. **ЗАГОДЯ** научись решать простейшие базовые задачи, приведенные в лекции. Систематически **ОБЪЯСНЯЙ** себе (товарищу, соседу, зеркалу) каждый свой шаг при решении, больше говори, меньше записывай. То же правило применяй при решении домашних, контрольных и индивидуальных заданий.
3. При подготовке к теоретическому собеседованию (коллоквиуму) дома готовятся ответы на все вопросы, но отвечать каждый студент будет лишь часть их, указанную преподавателем. Подготовка к собеседованию требует нескольких дней! Собеседование идет за столом преподавателя, и студенту нужна лишь чистая бумага. Пользоваться учебником или конспектом здесь запрещено.

Можно, однако, подготовить сжатый **ПЛАН ОТВЕТА** (дайджест), куда включаются промежуточные математические выкладки, рисунки, графики и т.п.: важнейшие формулы, понятия и т.д., которые следует знать наизусть (они выделяются преподавателем на лекции), должны быть указаны в планах ответов **БЕЗ РАСКРЫТИЯ СОДЕРЖАНИЯ**.

Ответ строится в форме связного изложения теоретического материала с помощью планов ответов. В ходе ответа студенты обязаны внимательно слушать друг друга и преподавателя — учиться лучше на чужих ошибках! — но не подсказывать, т.к. оценка за собеседование ставится и в конце его объявляется каждому, существенно влияя на экзаменационную оценку (а в случае подсказки надо эту оценку делить на двоих!). Если один из студентов не прошёл собеседование, то сдающие с ним коллоквиум, ответив на свои вопросы, все же **НЕ БУДУТ**, как правило, допущены до зачета (экзамена), пока не помогут

товарищу подготовиться и пройти собеседование. Это объясняется тем, что на зачет (экзамен) будут выноситься ВСЕ вопросы к собеседованиям, и любому студенту могут попасть как раз те вопросы, которые не были разобраны с преподавателем. На обстоятельное теоретическое собеседование, главная цель которого — дать возможность КАЖДОМУ студенту потренироваться в изложении материала — требуется 15-20 минут на студента. Повторные, на данном занятии, собеседования возможны после сдачи теории всеми остальными студентами; это реально, если надо лишь досдать какую-то малую часть теоретического вопроса. Студенты, по ЛЮБЫМ причинам пропустившие коллоквиум, не сдавшие теорию, не выполнившие индивидуальные задания и не ответившие на дополнительные вопросы — считаются задолжниками и должны восполнить отставание во время вызывных консультаций: ВСЕ пропущенные часы, как правило, должны быть восстановлены.

Как правило, за одну беседу студент должен сдать коллоквиум и/или защитить индивидуальную (контрольную) работу. Это вполне реально, если подготовка была добросовестной: до 15 мин — на теоретическое собеседование, несколько минут — на обоснование выкладок в предъявленных решенных задачах. Но если предварительно не были потрачены часы на подготовку обоснования решения, а главное, теоретического собеседования — ЗАДОЛЖЕННОСТЬ ГАРАНТИРОВАНА! Сдав данный коллоквиум, следует готовиться к следующей беседе (с № 1 — на № 2, и т.д.). По итогам работы в семестре на экзамен могут выноситься три оценки: за теоретические знания, показанные в ходе собеседований; за практические умения и навыки — оценка за ДЗ, ИЗ и КЗ; за добросовестность (оценка учитывает пропуски занятий без уважительных причин, качество подготовки к собеседованию и оформления ответа, своевременность сдачи и т.д.)

Итак, к каждому коллоквиуму нужно: а) ЗАРАНЕЕ ознакомиться с вопросами и подготовить ответы на них; б) подготовиться к защите ДЗ, ИЗ и КЗ; в) подготовиться к теоретическому собеседованию, проработав планы ответов, заучив важнейшие понятия, формулы и т.д.

Коллоквиум сдан, если по каждому вопросу предъявлен план ответа (дайджест), оформлены и защищены ДЗ, ИЗ и КЗ, пройдено теоретическое собеседование и показаны практические умения.

## 5. ПОРЯДОК СДАЧИ ЗАЧЕТА (ЭКЗАМЕНА)

Зачет (экзамен) включает 2 части: собеседование по теоретическому материалу; проверку практических умений и навыков. Вначале у каждого студента проверяется наличие планов ответов и записей ко второй части. При их отсутствии студент может быть не допущен к зачету (экзамену). Проверяется также, соответствуют ли планы ответов по сжатости предлагаемым ниже дайджестам: тексты ответов, конспекты лекций, учебники и т.п. запрещены, а всё, что требовалось заучить, должно быть в памяти, а не на бумаге.

Если у студента не выполнены какие-то домашние работы, имеются задолженности по практическим (лабораторным) занятиям, не сданы контрольные работы — ОН НЕ ВЫПОЛНИЛ УЧЕБНЫЙ ПЛАН И К ЗАЧЕТУ (ЭКЗАМЕНУ) НЕ ДОПУСКАЕТСЯ. Если задолженность невелика (не сдан 1 список понятий, не показано 1 домашнее задание и пр.), то можно договориться ликвидировать её на консультации перед зачетом (экзаменом) или даже в начале зачета (экзамена), пока готовятся первые студенты. Но этого времени мало...

Затем студент получает билет или номер соответствующих теоретического вопроса и практической задачи и готовится БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ планов ответа, записей.

На зачете (экзамене) проверяются: полнота раскрытия теоретического вопроса и свобода владения основными математическими понятиями; качество подготовки вопросов для самостоятельного изучения; качество владения практическими умениями и навыками. Зачет (экзамен) не сдан, если любая из трех оценок неудовлетворительна. Кроме того, итоговая оценка в зачёте учитывает оценки по итогам работы в семестре: за теоретические собеседования; за работу на лекциях; за решение задач. ВНИМАНИЕ! Второй билет даваться, как правило, не будет.

## Примерный тест для входного контроля

1	<p>Даны комплексные числа: <math>z_1 = 1 + i</math>, <math>z_2 = 2 - 3i</math>, <math>z_3 = -i</math>. Вычислить <math>\overline{z_1} \cdot (z_2 + z_3)</math>.</p> <p>1) <math>6 - 6i</math>;                      2) <math>6 - 2i</math>;                      3) <math>-2 - 6i</math>;                      4) <math>2 - 6i</math>.</p>
2	<p>Представить число <math>z = -1 - i</math> в тригонометрической форме</p> <p>1) <math>2 \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)</math>                      2) <math>\sqrt{2} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)</math>  3) <math>2 \left( \cos \left( -\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{4} \right) \right)</math>                      4) <math>\sqrt{2} \left( \cos \left( -\frac{3\pi}{4} \right) + i \sin \left( -\frac{3\pi}{4} \right) \right)</math></p>
3	<p>Даны комплексные числа: <math>z_1 = 1 + i</math>, <math>z_2 = 2i</math>, <math>z_3 = -i</math>. Вычислить <math>\frac{\overline{z_1 + z_3}}{z_2}</math>.</p> <p>1) <math>-1 + \frac{1}{2}i</math>; 2) <math>-1 - \frac{1}{2}i</math>;                      3) <math>2 - i</math>;                      4) <math>-2 + i</math>.</p>
4	<p>Найдите значение <math>i^{483}</math>:</p> <p>1) 1;                      2) <math>i</math>;                      3) <math>-i</math>;                      4) <math>-1</math>.</p>
5	<p>Найти наибольший общий делитель чисел: 546 и 231.</p> <p>1) 21                      2) 7;                      3) 3;                      4) 14.</p>
6	<p>Найти наименьшее общее кратное чисел: 60 и 504.</p> <p>1) 2520;                      2) 2510;                      3) 2519;                      4) 2515.</p>
7	<p>Произведение многочленов <math>f(x) = x^2 + x - 1</math> и <math>g(x) = x + 2</math> являются многочлены</p> <p>1) <math>x^3 + 3x^2 + x + 2</math>                      2) <math>x^3 + x^2 + x + 2</math>  3) <math>x^3 + 3x^2 + x - 2</math>                      4) <math>x^3 + x^2 + x - 2</math></p>
8	<p>Остаток от деления многочлена <math>f(x) = 2x^3 - x^2 + 4x - 1</math> на двучлен <math>2x - 1</math></p> <p>1) 2;                      2) 3;                      3) <math>-1</math>;                      4) 1.</p>
9	<p>Если <math>f(x) = 2x^2 - 3x + 1</math>, а <math>g(x) = 2x + 1</math>, то <math>h(x) = f(x) - 3g(x)</math> есть</p> <p>1) <math>2x^2 + 3x + 4</math>                      2) <math>2x^2 - 9x - 2</math>  3) <math>2x^2 - 9x + 2</math>                      4) <math>2x^2 - 9x + 4</math></p>
10	<p>Суммой многочленов <math>f(x) = 2 + 7x^2 - 3x^6</math> и <math>g(x) = 4 - 2x^2 + 3x^6</math> есть многочлен</p> <p>1) <math>6 + 5x^4</math>;                      2) <math>6 + 5x^2</math>;  3) <math>6 + 9x^2 + x^6</math>;                      4) <math>2 + 7x^2 - 3x^4</math>.</p>
11	<p>Какую алгебраическую структуру образуют целые числа относительно операций сложения и умножения?</p> <p>1) кольцо; 2) поле; 3) группу; 4) полугруппу</p>

12	В конечной группе порядка 60 нет элемента, имеющего порядок: 1) 10; 2) 20; 3) 30; 4) 40
13	Любая подгруппа абелевой группы является: 1) факторгруппой; 2) нормальным делителем; 3) некоммутативной; 4) конечной
14	Любой коммутатор в абелевой группе, записанной аддитивно, равен: 1) 0; 2) 1; 3) произвольному элементу; 4) нет верных ответов
15	Кольцо целых гауссовых чисел является: 1) полем; 2) евклидовым; 3) неевклидовым; 4) конечным

### Примерный тест для текущего контроля №1

1. Определите значения  $n \in N$ , при которых  $(n^3+14):(n+2)$ .

Варианты ответа:

- I. 1
- II. 1, 4
- III. 1, 3, 7
- IV. 3, 2
- V. 5, 6

2. Пусть  $x$  и  $y$  такие положительные целые числа, что  $3x + 7y$  делится на 13. Какое из следующих выражений должно делиться на 13?

Варианты ответа:

- 1)  $x + y + 6$
- 2)  $9x - 5y$
- 3)  $3x + 6y$
- 4)  $4x - 9y$
- 5)  $x + y - 1$

3. В какую десятичную дробь обращается число  $\frac{28}{31}$ ?

Варианты ответа:

- 1) конечную десятичную
- 2) бесконечную непериодическую
- 3) бесконечную чисто периодическую
- 4) бесконечную смешанную периодическую

4. При каких значениях цифр  $x$  и  $y$  в десятичной системе счисления число  $\overline{43xy5}$  делится на 15?

Варианты ответа:

- 1)  $x=1, y=2$
- 2)  $x=3, y=1$
- 3)  $x=4, y=2$
- 4)  $x=0, y=6$
- 5)  $x=2, y=1$

5. Какой остаток от деления на 5 имеет число  $2437 \times 578 - 1035 \times 473^{3457}$ ?

Варианты ответа:

- 1) 4
- 2) 3
- 3) 1
- 4) 2
- 5) 0

6. Найти остаток при делении на 9 числа  $65^{6k}$ ,  $k \in \mathbb{N}$

Варианты ответа:

- 1) 7
- 2) 3
- 3) 6
- 4) 1
- 5) 2

7. Какой остаток может получиться при делении квадрата простого числа  $p \geq 5$  на 24?

Варианты ответа:

- 1) 5
- 2) 1
- 3) 4
- 4) 1 или 5
- 5) 2

8. Найдите такое простое число  $P$ , чтобы были простыми числа  $P^2 - 6$  и  $P^2 + 6$ .

Варианты ответа:

- 1) 2
- 2) 3
- 3) 5
- 4) 7
- 5) 11

9. Определите, в какой системе счисления верно равенство  $425 - 342 = 63$

Варианты ответа:

- 1) шестеричной
- 2) пятеричной
- 3) троичной
- 4) восьмеричной
- 5) десятичной

10. Решениями сравнения  $339x \equiv 452 \pmod{7}$  являются классы:

Варианты ответа:

- 1)  $\overline{6}$
- 2)  $\overline{5}$
- 3)  $\overline{10}$
- 4)  $\overline{2}$
- 5)  $\overline{4}$



**Примерный тест для текущего контроля №2**

1	Найти функцию Эйлера для числа 375. 1) 200;                      2) 220;                      3) 202;                      4) 230.
2	Найти функцию Эйлера для числа 4320. 1) 1151;                      2) 1152;                      3) 1352;                      4) 1154.
3	Найти $x$ , если $\varphi(x) = \frac{2}{3}x$ . 1) $2^\beta$ ;                      2) $3^\beta$ ;                      3) $4^\beta$ ;                      4) $1^\beta$ .
4	Решить сравнение $3x \equiv 1 \pmod{5}$ . 1) $x \equiv 1 \pmod{5}$ ;                      2) $x \equiv 2 \pmod{5}$ ;                      3) $x \equiv 4 \pmod{5}$ ;                      4) Решения нет.
5	Решить сравнение $8x \equiv 3 \pmod{14}$ . 1) $x \equiv 1 \pmod{14}$ ;                      2) $x \equiv 2 \pmod{14}$ ;                      3) $x \equiv 3 \pmod{14}$ ;                      4) Решения нет.
6	Решить сравнение $x^3 - 2 \equiv 0 \pmod{5}$ . 1) $x \equiv 1 \pmod{5}$ ;                      2) $x \equiv 3 \pmod{5}$ ;                      3) $x \equiv 2 \pmod{5}$ ;                      4) Решения нет.
7	Решить сравнение $5x \equiv 7 \pmod{10}$ . 1) $x \equiv 4 \pmod{10}$ ;                      2) $x \equiv 3 \pmod{10}$ ;                      3) $x \equiv 2 \pmod{10}$ ;                      4) Решения нет.
8	Решить систему линейных сравнений: $\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{3} \\ x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 2 \pmod{7} \end{cases}$ 1) $x \equiv 35 \pmod{105}$ 2) $x \equiv 16 \pmod{105}$ 3) $x \equiv 21 \pmod{105}$ 4) $x \equiv 15 \pmod{105}$
9	Решить систему линейных сравнений: $\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{2} \\ x \equiv 2 \pmod{3} \\ x \equiv 4 \pmod{5} \end{cases}$ 1) $x \equiv 2 \pmod{30}$ 2) $x \equiv 29 \pmod{30}$ 3) $x \equiv 30 \pmod{30}$ 4) $x \equiv 15 \pmod{30}$
10	Решить систему линейных сравнений: $\begin{cases} x \equiv 1 \pmod{3} \\ x \equiv 1 \pmod{5} \\ x \equiv 2 \pmod{7} \end{cases}$ 1) $x \equiv 16 \pmod{105}$ 2) $x \equiv 21 \pmod{105}$ 3) $x \equiv 35 \pmod{105}$ 4) $x \equiv 15 \pmod{105}$

**Критерии оценки:**

Критерии	Оценка, уровень
Даны правильные ответы в диапазоне 85–100%	«отлично», повышенный уровень
Даны правильные ответы в диапазоне 76–84%	«хорошо», пороговый уровень
Даны правильные ответы в диапазоне 61–75%	«удовлетворительно», пороговый уровень
Даны правильные ответы в диапазоне <61%	«неудовлетворительно», уровень не сформирован

**Контрольные работы****Контрольная работа №1** приведена в книге

Кайгородов, Евгений Владимирович. Теория чисел [Текст : Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / Е. В. Кайгородов. - Электрон. текстовые дан. - Горно-Алтайск : БИЦ ГАГУ, 2018. - 208 с. - Режим доступа:

[http://elib.gasu.ru/index.php?option=com\\_aobook&view=book&id=2232:teoriachisel2018&catid=5:mathematics&Itemid=163](http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_aobook&view=book&id=2232:teoriachisel2018&catid=5:mathematics&Itemid=163) на страницах 188–189.

**Контрольная работа №2** приведена в книге

Кайгородов, Евгений Владимирович. Теория чисел [Текст : Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / Е. В. Кайгородов. - Электрон. текстовые дан. - Горно-Алтайск : БИЦ ГАГУ, 2018. - 208 с. - Режим доступа:

[http://elib.gasu.ru/index.php?option=com\\_aobook&view=book&id=2232:teoriachisel2018&catid=5:mathematics&Itemid=163](http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_aobook&view=book&id=2232:teoriachisel2018&catid=5:mathematics&Itemid=163) на страницах 191–192.

**Контрольная работа №3** приведена в книге

Кайгородов, Евгений Владимирович. Теория чисел [Текст : Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / Е. В. Кайгородов. - Электрон. текстовые дан. - Горно-Алтайск : БИЦ ГАГУ, 2018. - 208 с. - Режим доступа:

[http://elib.gasu.ru/index.php?option=com\\_aobook&view=book&id=2232:teoriachisel2018&catid=5:mathematics&Itemid=163](http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_aobook&view=book&id=2232:teoriachisel2018&catid=5:mathematics&Itemid=163) на странице 194.

**Контрольная работа №4** приведена в книге

Кайгородов, Евгений Владимирович. Теория чисел [Текст : Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / Е. В. Кайгородов. - Электрон. текстовые дан. - Горно-Алтайск : БИЦ ГАГУ, 2018. - 208 с. - Режим доступа:

[http://elib.gasu.ru/index.php?option=com\\_aobook&view=book&id=2232:teoriachisel2018&catid=5:mathematics&Itemid=163](http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_aobook&view=book&id=2232:teoriachisel2018&catid=5:mathematics&Itemid=163) на страницах 198–200.

**Критерии оценки:**

Критерии	Оценка, уровень
Работа выполнена полностью; в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, которая не является следствием незнания или непонимания учебного материала).	«отлично», повышенный уровень
Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать	«хорошо», пороговый уровень

рассуждения не являлось специальным объектом проверки); допущены одна ошибка или есть два-три недочёта в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).	
Допущено более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но студент обладает обязательными умениями по проверяемой теме.	«удовлетворительно», пороговый уровень
Допущены существенные ошибки, показавшие, что студент не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.	«неудовлетворительно», уровень не сформирован

### Вопросы к коллоквиуму

1. Отношение делимости, его простейшие свойства.
2. Количество и сумма натуральных делителей числа.
3. Теорема о делении с остатком и ее приложения.
4. Систематические числа. Перевод чисел из одной системы счисления в другую.
5. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.
6. Решето Эратосфена.
7. Разложение целых чисел на простые множители и его единственность.
8. Наибольший общий делитель.
9. Взаимно простые числа.
10. Наименьшее общее кратное.
11. Алгоритм Евклида и его приложения.
12. Распределение простых чисел. Неравенство Чебышева.
13. Цепные дроби. Представление чисел цепными дробями.
14. Сравнения в кольце целых чисел. Свойства.
15. Полная система вычетов.
16. Аддитивная группа классов вычетов.
17. Кольцо классов вычетов.
18. Приведенная система вычетов.
19. Мультипликативная группа классов вычетов, взаимно простых с модулем.
20. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма.
21. Сравнения первой степени с одной переменной. Решение сравнений с помощью теоремы Эйлера.
22. Сравнения первой степени с одной переменной. Решение сравнений с помощью цепных дробей.
23. Сравнения высших степеней.
24. Показатель (порядок) числа и классы вычетов по модулю.
25. Существование первообразных корней по простому модулю.
26. Индексы по простому модулю.
27. Двучленные сравнения по простому модулю.
28. Таблицы индексов и их применение.
29. Понятие о степенных вычетах.
30. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра. Критерий Эйлера.
31. Арифметические приложения теории сравнений: нахождение остатков при делении.
32. Арифметические приложения теории сравнений: признаки делимости. Общий признак делимости Паскаля.
33. Арифметические приложения теории сравнений: проверка результатов арифметических действий с помощью 9 и 11.
34. Арифметические приложения теории сравнений: длина периода систематической дроби.

**Критерии оценки:**

Критерии	Оценка, уровень
Изложение полученных знаний в устной, письменной или графической форме, полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые студентами.	«отлично», повышенный уровень
Изложение полученных знаний в устной, письменной и графической форме, полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются отдельные несущественные ошибки, исправляемые студентами после указания преподавателя на них.	«хорошо», пороговый уровень
Изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего программного материала; допускаются отдельные существенные ошибки, исправленные с помощью преподавателя.	«удовлетворительно», пороговый уровень
Изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, неисправляемые даже с помощью преподавателя	«неудовлетворительно», уровень не сформирован